Úlohy 1. kola 50. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Cyklista

Cyklista při své projížďce mezi obcemi musí ujet dráhu 3 km. Nejprve se rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem, a to tak, že za 1 minutu dosáhne z klidu rychlosti $24\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, dále pak jede rovnoměrným pohybem touto rychlostí v úseku 1 km. Pak však začne foukat vítr, který způsobí, že se cyklista na dalším úseku pohybuje s konstantním zrychlením po dobu 4,5 minuty. Nakonec v úseku posledních 300 m před cílem se cyklista pohybuje rovnoměrně zpomaleně tak, aby se v cíli po ujetí již dříve uvedených 3 km zastavil.

a) Na jak dlouhé dráze se cyklista rozjíždí?
b) Jak dlouho jede cyklista rovnoměrným pohybem?
c) Jakou bude mít cyklista velikost rychlosti v_2 po ujetí dráhy 2 700 m? Charakterizujte pohyb cyklisty v úseku, v němž foukal vítr.
d) Určete velikost zrychlení a dobu jízdy cyklisty na posledním úseku jeho trasy.
e) Jaká byla průměrná rychlost cyklisty?
f) Znázorněte graficky ve vhodném měřítku závislost rychlosti na čase.

2. Vnitřní dráha atletického oválu má délku 400 m a skládá se ze dvou rovných úseků délky 100 m a dvou kruhových oblouků (půlkružnic) délky 100 m. Na oválu je 8 drah, šířka každé je 1,22 m. Značí se čísly 1 až 8 od vnitřní dráhy. Cílová čára je pro všechny dráhy v místě přechodu rovného úseku do oblouku. V běhu na 400 m jsou v 1. dráze cílová a startovní čára totožné, na zbývajících drahách jsou startovní čáry postupně posunuté tak, aby každý běžec měl ve své dráze do společné cílové čáry stejnou vzdálenost 400 m.

a) Určete délku oválu měřenou v osmé dráze.
b) V běhu na 400 m dosáhli běžec v 1. dráze a běžec v 8. dráze shodného času 46,5 s. Určete jejich úhlové rychlosti při probíhání oblouku.
c) Určete velikost úhlu, o který se musí každý běžec při probíhání oblouku z úlohy b) od svislého směru odklonit.

Předpokládejme, že každý z běžců se po celou dobu pohybuje rovnoměrným pohybem.

3. Prázdný vagon má hmotnost 20 t a délku otevřené korby $l = 12$ m. Nad vodorovnými kolejemi je umístěna násypka se štěrkem. Je-li násypka otevřená, padá z ní štěrk s konstantním hmotnostním tokem $\Delta m/\Delta t = 2\,500\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Činnost násypky je řízena tak, že štěrk se sype pouze tehdy, když dopadá na korbu vagónu. První lokomotiva táhne vagón pod násypkou rovnoměrným pohybem rychlostí o velikosti $v_1 = 1{,}20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, druhá lokomotiva rovnoměrným pohybem rychlostí o velikosti $v_2 = 0{,}80\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

a) Sestrojte pro oba pohyby do jednoho obrázku grafy závislosti velikosti síly na čase, kterou působí lokomotiva na vagon po dobu dopadu štěrku do vagonu.

b) Porovnejte v úloze a) obsahy ploch pod prvním a druhým grafem a uveďte, kterou veličinu tento obsah představuje.

c) Porovnejte přírůstek kinetické energie lokomotivy s vagónem a práci, kterou každá lokomotiva při průjezdu pod násypkou vykonala. Výsledek porovnání zdůvodněte.

d) Určete výkon každé lokomotivy při průjezdu vagonu pod násypkou.

4. Na kolejích ve svahu se sklonem α se nachází souprava N vagonů o stejné hmotnosti. Součinitel smykového tření mezi koly a kolejnicemi je f.

a) Určete velikost zrychlení a soupravy, budou-li všechny vagony odbrzděné.

b) Určete velikost a_1 zrychlení soupravy, bude-li právě jeden z vagónů zabrzděný.

c) Určete minimální počet K vagonů, které musí být zabrzděné, aby se souprava do pohybu neuvedla.

d) Určete maximální počet L nezabrzděných vagonů, které můžeme připojit k jednomu zabrzděnému vagónu, aby se takto vzniklá souprava nerozjela.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $N = 13$, $f = 0{,}15$, $\alpha = 2{,}0°$.

5. Dva chlapci stáli proti sobě ve vzájemné vzdálenosti d. Jeden hodil druhému míč tak, že doba letu byla t_1, poté druhý hodil míč prvnímu s dobou letu $2t_1$. Hmotnost míče je m.

a) Určete maximální výšky h_1, h_2 míče nad jeho počáteční polohou.

b) Určete velikosti minimálních a maximálních rychlostí $v_{\mathrm{min}1}$, $v_{\mathrm{min}2}$, $v_{\mathrm{max}1}$, $v_{\mathrm{max}2}$ míče během letu.

c) Určete elevační úhly α_1, α_2 každého vrhu.

d) Určete práce W_1, W_2, které chlapci hozením míče vykonali.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $d = 18$ m, $t_1 = 1{,}50$ s, $m = 0{,}30$ kg. Odpor vzduchu zanedbejte.

6. *Praktická úloha:* **Měření hustoty užitkového skla**

Prázdnou skleněnou láhev zčásti naplníme vodou, vnoříme do vody ve větší nádobě a opatrně vodou doléváme do okamžiku, kdy horní okraj láhve poklesne do roviny hladiny. Objem vody v láhvi označme V_1. Dále označme V_0 vnitřní objem láhve, m hmotnost láhve, ϱ_v hustotu vody, ϱ hustotu skla. Podle Archimedova zákona pak platí

$$mg + \varrho_\mathrm{v} V_1 g = \varrho_\mathrm{v}\left(V_0 + \frac{m}{\varrho}\right) g\,.$$

Úkoly:

a) Z rovnice vyjádřete hustotu ϱ.

b) V tabulkách nebo na internetu najděte hustotu ϱ_v vody pro teplotu použité vody.

c) Vezměte 6 až 10 lahví a s každou proveďte popsaný pokus. Odměrným válcem zjistěte objemy V_0, V_1, vážením hmotnost m. Výsledky měření zapisujte do tabulky:

Láhev	$\frac{m}{\mathrm{g}}$	$\frac{V_0}{\mathrm{cm}^3}$	$\frac{V_1}{\mathrm{cm}^3}$	$\frac{\varrho}{\mathrm{g\cdot cm^{-3}}}$

Vypočtěte střední hustotu skla jako aritmetický průměr naměřených hustot.

d) Posuďte možné chyby měření a určete průměrnou a relativní odchylku měření.

7. Rovnoměrně zrychlený pohyb vozíku

Vozík s určitou počáteční rychlostí se pohybuje po vzduchové dráze. Jeho pohyb je zaznamenán videokamerou v souboru **zrychleny.avi** a upraven tak, že časový odstup mezi následujícími dvěma snímky je 0,1 s. Soubor **zrychleny.avi** stáhnete na adrese `www.gypce.cz/fo/zrychleny.zip`. Zároveň stáhněte program AVISTEP pro analýzu pohybu (`www.gypce.cz/fo/avistep.zip`) a **manuál** k ovládání programu AVISTEP (`www.gypce.cz/fo/manual.doc`).

Úkoly:

a) Sestrojte graf: Závislost souřadnice x na čase. V Excelu proložte regresní funkci a najděte odpovídající rovnici.

b) Z rovnice regresní funkce určete velikost zrychlení a velikost počáteční rychlosti vozíku.

c) Vypočtěte velikost v_1 rychlosti vozíku v čase 0,85 s.

d) Tečna ke grafu závislosti dráhy na čase sestrojená v bodě křivky v daném čase charakterizuje velikost okamžité rychlosti v tomto čase. Velikost okamžité rychlosti je dána sklonem tečny, tedy poměrem přírůstku dráhy (souřadnice x) a přírůstku času t. Ke grafu v čase 0,85 s sestrojte tečnu, pomocí popsané metody určete velikost rychlosti v tomto čase a výsledek porovnejte s výsledkem úlohy c).

Provedení: Rozbalte stažené soubory. V programu AVISTEP_CZE otevřete soubor **zrychleny.avi**. V nabídce *Zobrazení* otevřete *Volby* a zaškrtněte „Stále respektovat rozměry videosouboru“. Podle **manuálu** k ovládání programu AVISTEP postupně označte polohy vozíku na všech snímcích a zkopírujte tabulku hodnot do Excelu. V Excelu vyberte sloupec s časy a sloupec se souřadnicemi x a sestrojte bodový graf $x = f(t)$. Regresní funkce se proloží přiblížením šipky na některý bod grafu a po stlačení pravého tlačítka myši se z *nabídky* vybere „Přidat spojnici trendu“. Je třeba zvolit správnou funkci a dále *Možnosti* – – „Zobrazit rovnici regrese“.