

Úlohy 1. kola 54. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Trestný kop

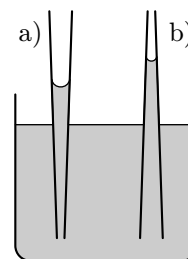
Fotbalista kope trestný kop ze vzdálenosti $d = 25 \text{ m}$ a chce zasáhnout místo, které je ve výšce $h = 2,40 \text{ m}$ nad zemí.

- Jakou nejmenší rychlost musí udělit míči, aby vybrané místo zasáhl? Jaký přitom musí zvolit elevační úhel a jaká bude doba letu míče?
- Pod jakým úhlem musí míč kopnout, aby vybrané místo zasáhl při počáteční rychlosti míče $v_0 = 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a aby přitom doba letu míče byla co nejkratší?

Rozměry míče a odpor prostředí zanedbejte.

2. Kapilární trubice

Kapilární trubice, jejíž vnitřní průměr se plynule mění tak, že vnitřní stěna kapiláry tvoří kuželovou plochu s vrcholovým úhlem $2\alpha = 0,4^\circ$, je ponořena do kapaliny o hustotě ρ a povrchovém napětí σ tak, aby v úrovni okolní hladiny byl poloměr kapiláry $r_0 = 0,30 \text{ mm}$. Jakou výšku h zaujme hladina kapaliny v kapiláře, je-li ponořena svisle



Obr. 1

- užším koncem dole (obr. 1a),
- užším koncem nahoře (obr. 1b)?

Řešte nejprve obecně, pak pro vodu o hustotě $\rho_1 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a povrchovém napětí $\sigma_1 = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ a líh o hustotě $\rho_2 = 790 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a povrchovém napětí $\sigma_2 = 22 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Předpokládejte, že obě kapaliny stěny kapiláry dokonale smáčí.

3. Dopplerův jev

Nepohyblivý pozorovatel vnímá zvukové vlny z přibližujícího se zdroje zvuku v rychlejším sledu než zvukové vlny ze vzdalujícího se zdroje. Jev popsal v roce 1842 *Christiaan Doppler* a podle svého objevitele nese název Dopplerův jev. Vyhledejte na internetu, v Tabulkách nebo v jiné literatuře příslušný vzorec a řešte následující úlohy:

- Policista s absolutním hudebním sluchem zaznamenal, že výška tónu motocyklu během průjezdu se zmenšila přesně o jednu malou tercii, což odpovídá v přirozeném ladění poměru frekvencí 6:5. Určete velikost rychlosti motocyklu.

- b) Při tréninku F1 mikrofon umístěný v bezprostřední blízkosti vozovky dlouhého rovinného úseku snímal zvuk vozu projíždějícího rychlostí 306 km/h. O kolik půltónů se v temperovaném ladění snížila výška zvuku motoru během průjezdu kolem mikrofonu?

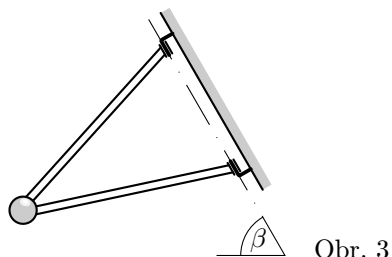
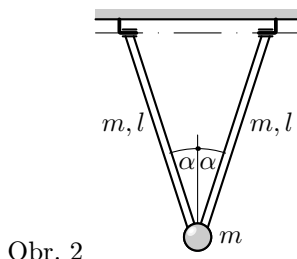
Výškový interval jedné oktávy se skládá z 12 půltónových intervalů, tj. obsahuje třináct tónů s frekvencemi f_0 až f_{12} , přičemž poměr krajních frekvencí je $f_{12} : f_0 = 2 : 1$. Frekvence jednotlivých tónů tvoří v temperovaném ladění geometrickou posloupnost. Obě úlohy řešte za bezvětří při teplotě 24 °C, kdy rychlost zvuku ve vzduchu je 346 m/s.

4. Kyvadlo

Těleso zanedbatelných rozměrů o hmotnosti m je upevněno na konci dvou spojených tyčí, které navzájem svírají úhel 2α , každá z nich má také hmotnost m a jejich délka je l . Konce tyčí jsou upevněny na závěsu, který umožňuje kývání kolem osy, procházející jejich koncovými body. Budeme předpokládat, že amplituda kmitů je malá.

- a) Jaká bude doba kmitu tohoto kyvadla, je-li osa vodorovná (obr. 2)?
 b) S jakou dobou kmitu bude toto kyvadlo kmitat, bude-li osa, na níž jsou tyče zavěšeny, svírat s vodorovnou rovinou úhel $\beta < 90^\circ$ (obr. 3)?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $l = 20$ cm.

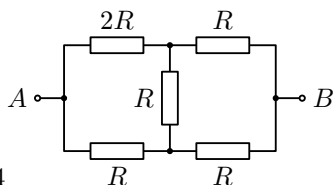


5. Rezistory

Na obr. 4 je znázorněno zapojení 5 rezistorů o odporech R , resp. $2R$. Po určité době provozu dojde k přepálení jednoho z těchto rezistorů, což způsobí změnu celkového odporu mezi body A a B .

- a) Určete odpor mezi body A a B pro všechny možné situace, které mohou nastat.
 b) Na základě řešení části a) stanovte, který z rezistorů je poškozen, jestliže je celkový odpor obvodu 1. co nejmenší, 2. co největší.

- c) Určete, jaký byl odpor R_{AB} obvodu, než došlo k poškození rezistoru.
 d) O kolik procent se může celkový odpor obvodu přepálením jednoho rezistoru změnit 1. nejméně, 2. nejvíce.



Obr. 4

6. *Praktická úloha: Skákání pružného míčku*

Úkoly:

- a) Stáhněte si po internetu z adresy <http://audacity.sourceforge.net/> volně dostupný program AUDACITY, nainstalujte jej do počítače vybaveného mikrofonom a seznamte se v potřebném rozsahu s jeho ovládáním.
 b) Nahrajte zvuky, které vzniknou při skákání pingpongového míčku nebo houpíku puštěného z výšky asi půl metru na podlahu.
 c) Ze záznamu určete časy t_1 až t_{11} , ve kterých došlo k prvním 11 odrazům míčku od podlahy, a zapište je do tabulky v Excelu, ve kterém provedete následující výpočty.

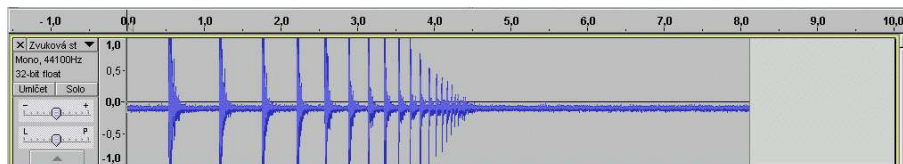
odraz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t/s											
τ/s											—
h/m											—
τ_{i+1}/τ_i										průměr	
											směrodatná odchylka

- d) Vypočítejte doby trvání $\tau_i = t_{i+1} - t_i$ jednotlivých poskoků a ověřte, že tvoří geometrickou posloupnost. Určete její kvocient q .
 e) Z doby trvání prvního poskoku τ_1 a kvocientu q vypočítejte celkovou dobu poskakování míčku jako součet nekonečné geometrické řady a porovnejte ji s dobou odečtenou ze záznamu.
 f) Zdůvodněte, proč kvocient q je roven *koeficientu restituce*, který je definován jako poměr rychlosti po odrazu ku rychlosti při dopadu.
 g) Vypočítejte výšky jednotlivých poskoků a sestrojte graf jejich závislosti na pořadí odrazu.

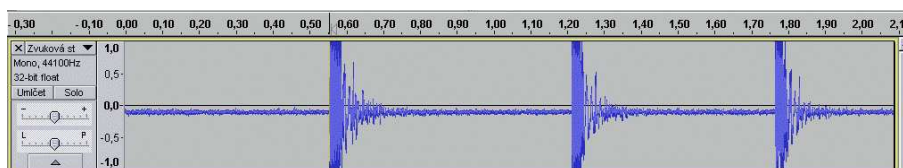
Poznámky k provedení záznamu:


Záznam zvuku spustíte tlačítkem *Record*  a ukončíte tlačítkem *Stop* .

Měli byste získat podobný průběh:



Pomocí nástroje *Lupa*  roztáhneme graf ve vodorovném směru:

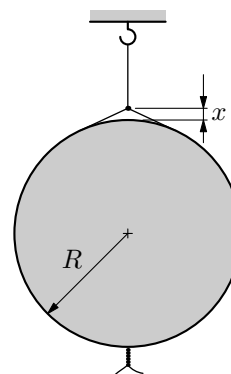


Tlačítkem *Výběr*  upravíme kurzor a umístíme jej na záznam prvního odrazu. Po kliknutí se v dolní části obrazovky objeví příslušný čas. Stejně určíme i časy dalších odrazů.

7. Zavěšený disk

Okolo válcového disku o poloměru $R = 20$ cm a hmotnosti $m = 2$ kg opatřeného po obvodu jemnou drážkou byl těsně ovinut ocelový drát o průměru $d = 0,60$ mm, pod drát byla provléknuta nit a disk byl zavěšen na háček (obr. 5). Ocel, ze které je vyroben drát, má modul pružnosti v tahu $E = 220$ GPa a mez úměrnosti 300 MPa. Za předpokladu, že normálové napětí drátu před zavěšením disku bylo zanedbatelné, určete

- vzdálenost x bodu upevnění nitě od obvodu disku,
- normálové napětí drátu po zavěšení disku,
- délku té části drátu, která se nedotýká disku.



Obr. 5

Tření mezi drátem a diskem se během deformace drátu neuplatní.

Při řešení využijte aproximace goniometrických funkcí $\sin \alpha \approx \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha + \frac{\alpha^3}{3}$.