Úlohy 1. kola 54. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Regionální vlak

Regionální vlak se rozjížděl ze zastávky tak, že rovnoměrně zrychleným pohybem dosáhl za dobu $t_1 = 40$ s rychlosti o velikosti $v = 63\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Poté se touto rychlostí pohyboval rovnoměrně a na dráze $s_3 = 280$ m rovnoměrně zpomaleným pohybem v další stanici zastavil. Celková dráha uražená vlakem mezi stanicemi je 4,20 km.

a) Určete velikost a_1 zrychlení vlaku během rozjíždění a velikost a_3 zrychlení vlaku během brzdění.

b) Určete dráhu s_1 uraženou během rozjíždění a čas t_3, po který vlak brzdil.

c) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase.

d) Určete průměrnou rychlost v_p jízdy vlaku mezi stanicemi.

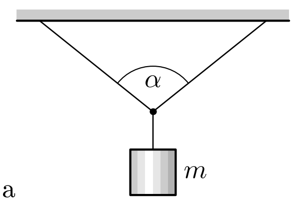
Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

2. Zavěšené těleso

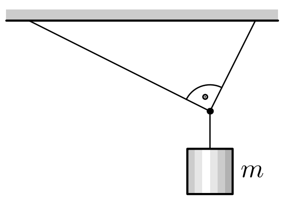
Pevné vlákno zanedbatelné hmotnosti je svými konci zavěšeno na vodorovném trámku.
Na vlákně je uzlík, z něhož vychází další vlákno se zavěšeným tělesem o hmotnosti $m = 2{,}7$ kg.

a) Uzlík je ve středu vlákna. Napnuté části horního vlákna svírají úhel α (obr. 1a). Určete velikosti sil, jimiž jsou levá a pravá část vlákna napínány v případech, kdy $\alpha = 20°,\ 60°,\ 90°,\ 135°,\ 160°$. Při jakém úhlu α je každá část horního vlákna napínána stejnou silou jako dolní vlákno?

b) Uzlík rozděluje horní vlákno na dvě části s poměrem délek 2:1, přičemž horní konce jsou zavěšeny v takové vzdálenosti, že části vlákna svírají pravý úhel (obr. 1b). Určete velikosti sil, jimiž jsou levá a pravá část vlákna napínány.



Obr. 1a



Obr. 1b

3. Dva sudy

Na vodorovné rovině stojí vedle sebe dva sudy stejné výšky $h_0 = 1{,}00$ m. První sud má objem $V_1 = 600$ l a průměr d_1, druhý má průměr $d_2 = d_1/2$. Oba sudy jsou propojené ve třetině výšky vodorovnou trubicí s uzávěrem.

a) Velký sud je zcela naplněný vodou, druhý prázdný. Určete objem vody, která proteče do menšího sudu po otevření uzávěru.

b) Malý sud je zcela naplněný vodou, velký prázdný. Určete objem vody, která proteče do většího sudu po otevření uzávěru.

c) Určete v obou případech změnu potenciální energie vody při protečení.

Hustota vody je $\varrho = 1\,000$ kg·m^{-3}. Tloušťku pláště a dna obou sudů zanedbejte.

4. Posouvání bedny

Na podlaze leží bedna o hmotnosti $m = 35$ kg. Součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou je $f = 0{,}51$. Tři chlapci chtěli bednu posunout co nejdále. Marek působil na bednu silou 140 N po dobu 6,0 s, poté Dan silou 180 N po dobu 4,0 s a nakonec Jarda silou 220 N po dobu 2,0 s. Určete dráhu, kterou bedna urazila působením každého z chlapců. Směr působení všech tří sil na bednu je vodorovný.

5. Házení míčkem

Chlapci házejí vodorovným směrem tenisový míček z balkónů v prvním, třetím a pátém patře nad sebou do koše, který se nachází ve vzdálenosti $d = 15{,}0$ m od kolmice spuštěné z místa hodu k vodorovné rovině. Počáteční výšky hodů nad okolní rovinou jsou $h_1 = 4{,}0$ m, $h_2 = 10{,}0$ m, $h_3 = 16{,}0$ m.

a) Určete velikosti počátečních rychlostí v_{01}, v_{02}, v_{03} tak, aby míček dopadl do koše. Velikosti rychlostí porovnejte a zdůvodněte.

b) Určete velikosti rychlostí $v_{\mathrm{d}1}$, $v_{\mathrm{d}2}$, $v_{\mathrm{d}3}$ dopadu míčku do koše. Velikosti rychlostí porovnejte a zdůvodněte.

c) Určete u jednotlivých hodů úhly α_1, α_2, α_3, které svírají rychlosti dopadu s vodorovným směrem.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Odpor vzduchu zanedbejte.

6. Měření hmotnosti pomocí Archimédova zákona

Úkol:

Změřte pomocí zkumavky plovoucí ve vodě s využitím Archimédova zákona průměrnou hmotnost diaboly.

Pomůcky:

diaboly, zkumavka, nádoba s vodou, milimetrové měřítko, lepicí páska, posuvné měřidlo.

Návod:

Do zkumavky dáme takový počet diabol, aby zkumavka po vnoření do vody dosáhla svislé polohy. Tím získáme nulovou čáru ponoru, od níž budeme ve směru svisle vzhůru měřit hloubku y ponoru. Po přidání počtu N diabol, každé o hmotnosti m, dosáhne zkumavka hloubky y ponoru splňující podle Archimédova zákona rovnici

$$Nmg = \varrho S y g,$$

kde $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$ je obsah vnějšího příčného řezu zkumavky a ϱ hustota vody. Z rovnice po dosazení plyne závislost hloubky y ponoru na počtu N diabol:

$$y = \frac{4m}{\pi d^2 \varrho} N. \tag{1}$$

Provedení:

Průměr d zkumavky změříme posuvným měřidlem na několika místech v horní části zkumavky. Budou-li se hodnoty lišit, použijeme jejich aritmetický průměr.

Jako měřítko je možné použít pásek milimetrového papíru, na němž pro lepší čitelnost stupnici tužkou nebo tenkým fixem zvýrazníme. Pásek lepenkou přilepíme na vnitřní povrch zkumavky.

Zkumavku zatížíme diabolami ve vodě tak, aby dosáhla svislé polohy. Úroveň hladiny podle stupnice zaznamenáme. Nyní budeme do zkumavky přidávat vždy jednu diabolu a na stupnici s přesností na milimetry zjistíme hloubku y ponoru vzhledem k nulové čáře. Postup opakujeme do okamžiku, kdy horní okraj zkumavky dosáhne hladiny.

Zpracování výsledků:

Pomocí počítačového grafického programu, např. Excelu, sestrojíme graf závislosti hloubky y ponoru na počtu N diabol. V případě Excelu si vytvoříme tabulku a zapíšeme do ní naměřená data, tj. hodnoty N a y, a to včetně dvojice $N = 0$, $y = 0$. Kurzorem označíme dvojici sloupců s daty a vložíme *Graf*. Zvolíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů), čímž se zobrazí soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolíme *Přidat spojnici trendu* a vybereme *Typ trendu a regrese lineární*. V nabídce *Možnosti* volíme $y = 0$. Tím se zobrazí přímka vycházející z počátku, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky. Ta se zobrazí ve tvaru $y = ax$, což je rovnice přímé úměrnosti s konstantou (směrnicí) a.

Podle rovnice (1) je směrnice přímky $a = \dfrac{4m}{\pi d^2 \varrho}$.

Vyjádřením hmotnosti dostaneme $m = \dfrac{\pi}{4} d^2 \varrho a$.

Do vzorce dosadíme změřený průměr zkumavky, hustotu vody (z tabulek podle teploty), směrnici přímky získanou počítačovým programem a vypočteme hmotnost diaboly.

Hmotnost diaboly ověříme vážením na technických vahách.

7. Rozpad střely

Střela skládající se ze dvou částí o hmotnostech $m_1 = 0{,}6$ kg a $m_2 = 0{,}9$ kg obsahuje pružinový systém nastavitelný tak, že během letu se obě části v podélné ose střely od sebe oddělí. Energie stlačených pružin je $E = 72$ J. Těleso bylo vystřeleno ze země prakem svisle vzhůru počáteční rychlostí o velikosti $v_0 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Podélná osa střely zachovává během celého letu svislý směr, přičemž část střely o hmotnosti m_1 je nahoře. V nejvyšší poloze se pružinový systém aktivuje, čímž se obě části od sebe odmrští.

a) Určete velikosti v_1 a v_2 rychlostí obou částí vzhledem k zemi bezprostředně po odmrštění.

b) Určete nejvyšší výšku h_1 nad zemí, do které vystoupí horní část střely.

c) Určete velikosti $v_{\mathrm{d}1}$ a $v_{\mathrm{d}2}$ rychlostí dopadu obou částí tělesa.

Odpor vzduchu zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. V obecném řešení úloh b), c) považujte v_1, v_2 za dané.