

Řešení úloh 2. kola 54. ročníku Fyzikální olympiády

Úlohy okresního kola jsou určeny pro zájemce o fyziku, tudíž byly zvoleny tak, aby na jednu stranu mohl skoro každý soutěžící získat alespoň polovinu bodů za každou úlohu, ale zároveň aby měly také část náročnější, aby bylo možno vytipovat ty nejlepší soutěžící.

Za řešení úloh v okresním kole může řešitel získat celkem 40 bodů, přičemž úspěšným řešitelem se stává ten soutěžící, který bude hodnocen alespoň ve dvou úlohách nejméně 5 body a celkové hodnocení dosáhne alespoň 14 bodů.

FO54E1: Vytápění místnosti

Délka učebny fyziky je 11,2 m, šířka 7,2 m a výška 2,8 m. Hustota vzduchu při teplotě 20 °C je $1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, měrná tepelná kapacita vzduchu je $1\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{°C}}$ a vody $4\,200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{°C}}$.

a) Urči hmotnost vzduchu v místnosti. Unesl bys tento vzduch, stlačený do igelitového pytle? **3 b**

$$m = V \cdot \rho$$

$$m = 11,2 \cdot 7,2 \cdot 2,8 \cdot 1,2 \text{ kg} = 271 \text{ kg}$$

b) Jestliže by se vlivem netěsností oken a dveří i vedením tepla stěnami snížila teplota v místnosti za 1 hodinu o 5 °C, jaké teplo musí odevzdat teplá voda v ústředním (etážovém) topení vzduchu, aby se opět ohřál na počáteční teplotu? Je-li na vstupu do tělesa teplota vody v potrubí 65 °C a na výstupu teplota vody v potrubí 25 °C, kolik litrů vody musí topením protéct? **4 b**

Teplá voda musí odevzdat vzduchu teplo:

$$Q = m \cdot c_1 \cdot \Delta t$$

$$Q = 271 \cdot 1\,000 \cdot 5 \text{ J} = 1\,350 \text{ kJ}$$

Objem vody, která musí protéct topením, je dán:

$$V = \frac{Q}{c_2 \cdot (t_1 - t_2) \cdot \rho}$$

$$V = \frac{1\,350\,000}{4\,200 \cdot (65 - 25) \cdot 1\,000} \text{ m}^3 = 8 \text{ dm}^3$$

c) Jaký je výkon radiátoru? **3 b**

$$P = \frac{Q}{\tau}$$

$$P = \frac{1\,350\,000}{3\,600} \text{ W} = 375 \text{ W}$$

FO54E2: Balení papíru

Bílý křídový papír se prodává v balících po 100 ks ve formátu A4, tedy 297 mm x 210 mm, j jeho gramáž je $135 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$.

a) Urči hmotnost jednoho balíku křídového papíru formátu A4. 3 b

Obsah plochy jednoho listu papíru je:

$$S = 0,297 \cdot 0,21 \text{ m}^2 = 0,06237 \text{ m}^2$$

Obsah plochy 100 listů papíru je:

$$S_{100} = 100 \cdot 0,297 \cdot 0,21 \text{ m}^2 = 6,237 \text{ m}^2$$

Gramáž je $135 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$, z toho celková hmotnost balíku:

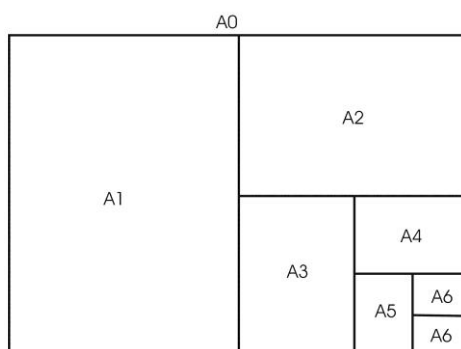
$$m = 6,237 \cdot 135 \text{ g} = 842 \text{ g}$$

b) Jaká je hmotnost jednoho listu křídového papíru? 2 b

$$m_2 = 0,06237 \cdot 135 \text{ g} = 8,42 \text{ g}$$

c) Jaké jsou rozměry papíru formátu A0? Kolikrát ho musíme přeložit „napůl“, abychom dostali formát A4? Nakresli náčrtek, odpovídající tomuto postupu. 2 b

Jestliže čtyřikrát přeložíme list papíru formátu A0, získáme list formátu A4.



Rozměry listu papíru formátu A0 jsou:

$$a = 4 \cdot 210 \text{ mm} = 840 \text{ mm}$$

$$b = 4 \cdot 297 \text{ mm} = 1188 \text{ mm}$$

d) Jaká je hustota papíru a tloušťka jednoho listu, je-li tloušťka balíku 22 mm? 3 b

Objem všech listů papíru v balíku o tloušťce d a hustota papíru je:

$$V = S \cdot d$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{S \cdot d}$$

$$\rho = \frac{0,842}{0,06237 \cdot 0,022} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 614 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Tloušťka jedno listu je:

$$d_1 = \frac{22}{100} \text{ mm} = 0,22 \text{ mm}$$

FO54E3 Z Hradce do Prahy

Jedeme-li z Hradce Králové do Prahy, můžeme využít dálnice D11. Automobil o hmotnosti 1 200 kg se po určitý úsek dálnice pohybuje stálou rychlostí $126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, odporové síly

proti pohybu se pro daný typ karosérie dají vyjádřit celkovou hodnotou $F = k \cdot v^2$, kde $k = 0,54 \frac{N \cdot s^2}{m^2}$ pro případ, že rychlost uvádíme v $\frac{m}{s}$ a sílu v newtonech.

a) Urči minimální tahovou sílu, kterou musí vyvinout motor automobilu, aby se při dané rychlosti pohyboval automobil rovnoměrně. **3 b**

Aby se automobil při dané rychlosti pohyboval rovnoměrně, musí být tahová síla F_t rovna odporové síle F :

$$F_t = F = k \cdot v^2$$

$$F_t = 0,54 \cdot \left(\frac{126}{3,6}\right)^2 \text{ N} = 661,5 \text{ N}$$

b) Urči mechanický výkon automobilu. **2 b**

Mechanický výkon motoru automobilu je dán vztahem:

$$P = F \cdot v$$

$$P = 661,5 \cdot \frac{126}{3,6} \text{ W} = 23,15 \text{ kW}$$

c) Urči spotřebu automobilu (propočítává se v litrech paliva na 100 km) při pohybu po dálnici, je-li celková účinnost motoru automobilu 22 %. Dokonalým spálením litru benzínu získáme 32,6 MJ tepla. **3 b**

Při ujetí vzdálenosti 100 km, vykoná motor automobilu práci:

$$W = F \cdot s$$

$$W = 661,5 \cdot 100\,000 \text{ J} = 66,15 \text{ MJ}$$

Při účinnosti motoru 22 % je potřeba, aby se spálením benzínu získalo teplo, které se jen z 22 % využije pro pohyb automobilu:

22 %	66,15 MJ
1 %	3,01 MJ
100 %	300,7 MJ

Dokonalým spálením litru benzínu získáme 32,6 MJ tepla, potřebujeme 300,7 MJ tepla. Spotřeba benzínu v litrech při ujetí vzdálenosti 100 km je potom dána:

$$V = \frac{300,7}{32,6} \text{ l} = 9,22 \text{ l}$$

d) Jestliže čtyřtákní motor obsahuje čtyři válce, kolik paliva se musí dostat při jednom cyklu do válce, když-li motor 3 000 $\frac{\text{ot}}{\text{min}}$? **2 b**

Při dané rychlosti automobil za jednu minutu urazí vzdálenost 2 100 m = 2,1 km. Při ujetí vzdálenosti 100 km se spotřebuje 9,22 l benzínu, při ujetí 1 km se spotřebuje 0,0922 l benzínu a při ujetí vzdálenosti 2,1 km se spotřebuje 0,19362 l.

Během jedné otáčky ojnice je v pracovní fázi pouze jeden válec. To znamená, že během 3 000 $\frac{\text{ot}}{\text{min}}$ nastane 3 000 pracovních fází. Při celkové spotřebě 0,19362 l za minutu, se musí dostat během jedné otáčky do jednoho z válců $\frac{0,19362}{3\,000}$ l. V motoru jsou celkem čtyři válce,

kteře postupně prochází čtyřmi různými fázemi, z nichž jen jedna je fáze sání a jen při jedné fázi se koná práce. Z toho vyplývá, že při jednom cyklu (čtyři válce, každý v jiné fázi) se musí dostat do válce $\frac{0,19362}{3\ 000} \text{ l} = 0,065 \text{ ml}$.

FO54E4: Spotřebiče v domácnosti

V domácnosti jsou paralelně (vedle sebe) zapojeny tyto spotřebiče s následujícími údaji: rychlovarná konvice 2000W/230V, mikrovlnná trouba 1200W/230V, žárovka 60W/230V a druhá žárovka 40W/230V.

a) Jaký proud prochází jednotlivými spotřebiči v domácnosti při jejich zapnutí, je-li síťové napětí 230 V? Není přetížen šestnáctiampérový jistič, jsou-li zapojeny všechny čtyři spotřebiče současně? **2 b**

Příkon spotřebiče $P_0 = U \cdot I$, z toho $I = \frac{P_0}{U}$ a pro jednotlivé spotřebiče vychází:

Konvice $I_1 = 8,7 \text{ A}$, trouba $I_2 = 5,2 \text{ A}$, žárovka $I_3 = 0,26 \text{ A}$, druhá žárovka $I_4 = 0,17 \text{ A}$

Proud procházející jističem je dán součtem jednotlivých proudů, $I = 14,3 \text{ A}$. Jistič není přetížen.

b) Jaký je odpor jednotlivých spotřebičů v domácnosti při síťovém napětí 230 V? **3 b**

Příkon spotřebiče $P_0 = U \cdot I$, Ohmův zákon $U = R \cdot I$, z toho $I = \frac{U}{R}$, příkon spotřebiče poté $P_0 = \frac{U^2}{R}$, z toho odpor $R = \frac{U^2}{P_0}$. Pro jednotlivé spotřebiče vychází:

Konvice $R_1 = 26,5 \ \Omega$, trouba $R_2 = 44,1 \ \Omega$, žárovka $R_3 = 881 \ \Omega$, druhá žárovka $R_4 = 1322 \ \Omega$

c) Jaký proud bude procházet jednotlivými spotřebiči, jestliže síťové napětí se zvětší na 235 V (přepětí v síti), ale odpor jednotlivých spotřebičů zůstane stejný? **2 b**

Z Ohmova zákona $U = R \cdot I$, $I = \frac{U}{R}$:

Konvice $I'_1 = 8,87 \text{ A}$, trouba $I'_2 = 5,33 \text{ A}$, žárovka $I'_3 = 0,27 \text{ A}$, druhá žárovka $I'_4 = 0,18 \text{ A}$

Proud procházející jističem je dán součtem jednotlivých proudů, $I' = 14,7 \text{ A}$. Jistič není přetížen.

d) Jak se změní proud protékající daným jističem, jestliže k uvedeným spotřebičům zapojíme ještě paralelně pátý spotřebič (toustovač 900W/230V) a všechny spotřebiče budou současně zapnuty při síťovém napětí 230 V? **3 b**

Příkon spotřebiče $P_0 = U \cdot I$, z toho $I = \frac{P_0}{U}$ a pro jednotlivé spotřebiče při napětí 230 V vychází:

Konvice $I_1 = 8,7 \text{ A}$, trouba $I_2 = 5,2 \text{ A}$, žárovka $I_3 = 0,26 \text{ A}$, druhá žárovka $I_4 = 0,17 \text{ A}$, toustovač $I_5 = 3,9 \text{ A}$

Proud procházející jističem je dán součtem jednotlivých proudů, $I'' = 18,2 \text{ A}$. Jistič je přetížen a proto přeruší elektrický obvod a proud nebude procházet.

FO54F1: Převoz dřeva

Řidič jedoucí po silnici předjíždí vlek, jehož rozměry odhadneme: délka vleku 160 cm, šířka vleku 130 cm. Na jeho podlaze jsou uloženy ve směru jízdy trámký o délce 240 cm, výška každého trámku je 14 cm a šířka 9 cm. Hustota čerstvého smrkového dřeva je $650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, vysušeného dřeva $450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Trámký jsou ve vleku uloženy jen v jedné vrstvě.

a) Urči objem dřeva ve vleku. **3 b**

Do vleku se vejde na podlahu 14 trámků, přičemž část trámků vylézá vzadu z vleku ven.

$$V = 14 \cdot 2,4 \cdot 0,14 \cdot 0,09 \text{ m}^3 = 423,36 \text{ dm}^3$$

b) Urči hmotnost dřeva ve vleku, jedná-li se o čerstvé, nebo vysušené. **3 b**

$$m_{\text{č}} = V \cdot \rho_{\text{č}}$$

$$m_{\text{č}} = 423,36 \cdot 10^{-3} \cdot 650 \text{ kg} = 275 \text{ kg}$$

$$m_{\text{s}} = V \cdot \rho_{\text{s}}$$

$$m_{\text{s}} = 423,36 \cdot 10^{-3} \cdot 450 \text{ kg} = 190,5 \text{ kg}$$

c) Jak se změní výše uvedené hodnoty, je-li na vlečném vozíku dřevo ve dvou vrstvách? **2 b**

$$V_2 = 2 \cdot 14 \cdot 2,4 \cdot 0,14 \cdot 0,09 \text{ m}^3 = 846,72 \text{ dm}^3$$

$$m_{\text{č}2} = V_2 \cdot \rho_{\text{č}}$$

$$m_{\text{č}2} = 550 \text{ kg}$$

$$m_{\text{s}2} = V_2 \cdot \rho_{\text{s}}$$

$$m_{\text{s}2} = 381 \text{ kg}$$

d) Je-li těžiště prázdného vozíku přesně v místě, jehož svislice prochází prostředkem ložné plochy, jak se posune těžiště při naložení jedné nebo dvou vrstev trámků? **2 b**

Protože trámký vylézají vzadu z vozíku, těžiště se posune ve vodorovném směru k zadní části vozíku. O jakou vzdálenost se změní poloha těžiště, nelze ze zadání určit, neboť nebyla udána hmotnost vozíku.

Při naložení druhé vrstvy trámku se těžiště ještě více posune směrem k zadní části vozíku.

FO54F2: Silniční závod

Petr sleduje tatínka v automobilu při tréninku na silniční závody. Na startu z klidu se automobil dá do pohybu a během 15 s získá rychlost $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, kterou pojede dále po dobu 30 s. Poté bude během 10 s zvyšovat svou rychlost až na $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a touto rychlostí se bude pohybovat po dobu 20 s. Přijede tak do úseku trasy s několika zatáčkami, a proto během 15 s zmenší svou rychlost na $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, oblast zatáček touto rychlostí projede za 60 s, potom zvýší svou rychlost za 50 s na $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a během následujících 80 s se zastaví v místě, kde se začal rozjíždět. Pro úseky, kde se automobil zrychluje nebo zpomaluje, budeme předpokládat, že závislost rychlosti na čase je lineární.

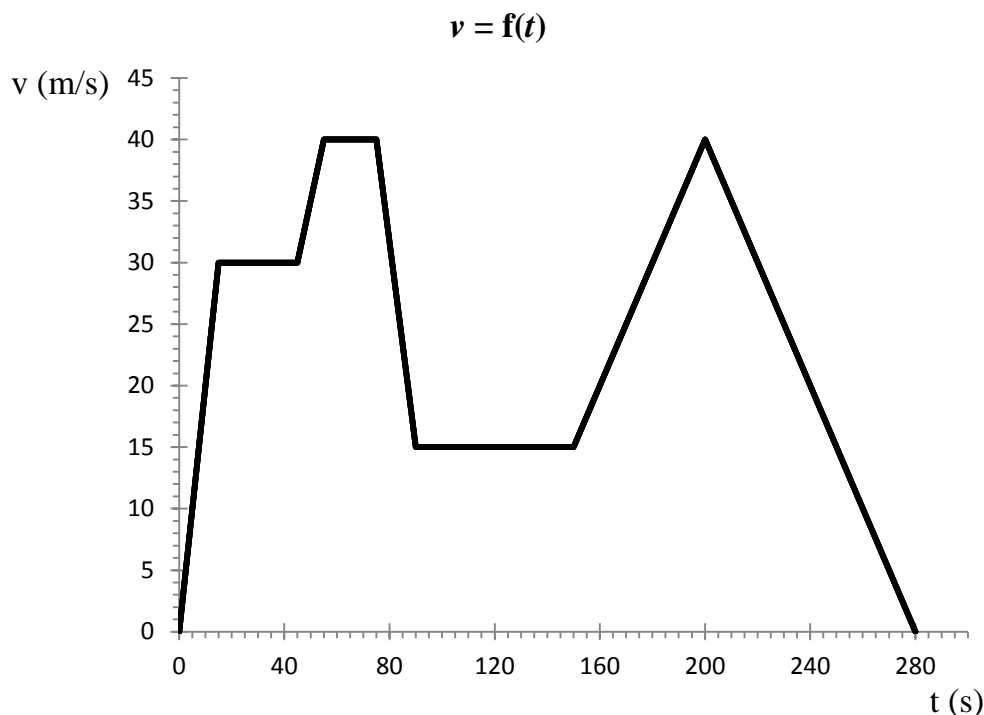
a) Urči, jak dlouho trvala jízda po trase.

1 b

$$t = (15 + 30 + 10 + 20 + 15 + 60 + 50 + 80) \text{ s} = 280 \text{ s}$$

b) Nakresli graf změny rychlosti v závislosti na časovém průběhu, $v = f(t)$.

3 b



c) Jakou dráhu ujel automobil v úsecích, kdy jel rovnoměrně?

2 b

$$s_r = 2\,600 \text{ m}$$

d) Jakou dráhu ujel automobil během celé jízdy po okruhu?

3 b

$$s_c = 6\,562,5 \text{ m}$$

e) Jaká je průměrná rychlost automobilu na celé trase?

1 b

$$v_p = \frac{s_c}{t}$$

$$v_p = \frac{6\,562,5 \text{ m}}{280 \text{ s}} = 23,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

FO54F3: Transfuze krve

Při transfuzi krve po operaci bylo použito tzv. kapkové metody tak, že byla udržována frekvence 40 kapek za minutu, jež odkapávaly z trubičky, vycházející ze zásobníku krve. Celkový objem krve byl 250 ml a měl být přesunut do krevního oběhu za 1,5 h.

a) Odhadni průměr kapky krve postupující do krevního oběhu pacienta, je-li ti známo, že objem koule o průměru d je dán matematickým vztahem $V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$. **6 b**

Celkový objem krve byl 250 ml, počet kapek za 1 minutu 40, za 1,5 hodiny 3 600, objem jedné kapky 0,0694 ml.

Průměr kapky:

$$d = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 6}{\pi}}$$
$$d = \sqrt[3]{\frac{0,0694 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{\pi}} \text{ m} = 5,1 \text{ mm}$$

b) Je-li možné přijmout, že hustota krve je $1\,050 \frac{\text{g}}{\text{litr}}$, urči hmotnost kapky krve při této transfuzi. **4 b**

Hmotnost kapky krve při transfuzi:

$$m = V \cdot \rho$$
$$m = 0,0694 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,050 \text{ g} = 0,073 \text{ g}$$

FO54F4: Voda ke koupání

Z vodovodního ventilu označeného červeně můžou vytékat za 1 min 4 litry vody o teplotě 80 °C, z modře označeného může vytékat 6 litrů vody o teplotě 15 °C. Měrná tepelná kapacita vody je přibližně $4\,200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{°C}}$.

a) Do vany chce Adélka nechat natéct 140 litrů vody tak, že ventily uvolní na maximum. Jak dlouho bude natékat stanovený objem vody a jakou bude výsledná teplota vody? **4 b**

Za 1 min přiteče do vany 6 litrů vody o teplotě 15 °C a 4 litry vody o teplotě 80 °C, dohromady 10 litrů za 1 min. 140 litrů vody nateče za 14 min. Výslednou teplotu vody zjistíme pomocí kalorimetrické rovnice, počítáme s hustotou vody $\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$:

$$\begin{aligned}m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) &= m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \\t &= \frac{m_1 \cdot c \cdot t_1 + m_2 \cdot c \cdot t_2}{c \cdot (m_1 + m_2)} \\t &= \frac{56 \cdot 4\,200 \cdot 80 + 84 \cdot 4\,200 \cdot 15}{4\,200 \cdot (56 + 84)} \text{°C} = 41\text{°C}\end{aligned}$$

b) Protože na koupání se doporučuje užít vodu o teplotě 35 °C, kolik studené či teplé vody je třeba přidat, aby této teploty bylo dosaženo? **3 b**

Musíme přidat vodu studenou.

$$\begin{aligned}m \cdot c \cdot (t - t') &= m_3 \cdot c \cdot (t' - t_2) \\m_3 &= \frac{m \cdot c \cdot (t - t')}{c \cdot (t' - t_2)} \\m_3 &= \frac{140 \cdot 4\,200 \cdot (41 - 35)}{4\,200 \cdot (35 - 15)} \text{kg} = 42 \text{kg}\end{aligned}$$

c) Protože však po přidání vody Adélka ještě následujících 30 min telefonovala, voda ve vaně vychladla o 8 °C. Určete, kolik teplé vody musí ještě nechat přitéci, aby se teplota vody ve vaně dostala na počáteční teplotu, tedy 35 °C? Jaký bude objem vody ve vaně nyní? **3 b**

$$\begin{aligned}(m_3 + m) \cdot c \cdot \Delta t &= m_4 \cdot c \cdot (t_1 - t') \\m_4 &= \frac{(m_3 + m) \cdot c \cdot \Delta t}{c \cdot (t_1 - t')} \\m_4 &= \frac{(140 + 42) \cdot 4\,200 \cdot 8}{4\,200 \cdot (80 - 35)} \text{kg} = 32,4 \text{kg}\end{aligned}$$

Celkový objem vody ve vaně bude:

$$\begin{aligned}V &= \frac{(m + m_3 + m_4)}{\rho} \\V &= \frac{(140 + 42 + 32,4)}{1\,000} \text{m}^3 = 214,4 \text{dm}^3\end{aligned}$$