# Řešení úloh okresního kola 57. ročníku Fyzikální olympiády

*Kategorie F*

Autoři úloh: J. Jírů (1, 2), L. Richterek (4); úloha (3) byla upravena podle námětu z Московской региональной олимпиады школьников по физике

## FO57F2–1: Martina jede na kole

a) Nejdelší dobu se Martina pohybovala na třetím úseku, a to po dobu $t_3 = 65\,\mathrm{min} - 30\,\mathrm{min} = 35\,\mathrm{min} = 2\,100\,\mathrm{s} \doteq 0{,}58\,\mathrm{h}$. **1 bod**

b) Největší dráhu urazila na druhém úseku, a to $15\,\mathrm{km} - 4\,\mathrm{km} = 11\,\mathrm{km}$. **1 bod**

c) Největší rychlostí jela Martina na úseku, kde má úsečka grafu největší sklon, tj. také na druhém úseku. Rychlost je určena podílem uražené dráhy a odpovídajícího času

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{11\,\mathrm{km}}{30\,\mathrm{min} - 10\,\mathrm{min}} = \frac{11\,\mathrm{km}}{\frac{1}{3}\mathrm{h}} = 33\,\mathrm{km/h} \doteq 9{,}2\,\mathrm{m/s}.$$ **2 body**

d) Průměrná rychlost celého pohybu je určena podílem celkové dráhy $s = 33\,\mathrm{km}$ a celkového času $t = 105\,\mathrm{min} = 1{,}75\,\mathrm{h}$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{33\,\mathrm{km}}{1{,}75\,\mathrm{h}} \doteq 18{,}9\,\mathrm{km/h} \doteq 5{,}2\,\mathrm{m/s}.$$ **1 bod**

e) Průměrná rychlost na druhém a třetím úseku je určena podílem příslušné dráhy a příslušného času

$$v_{\mathrm{p}23} = \frac{s_2 + s_3}{t_2 + t_3} = \frac{11\,\mathrm{km} + 9\,\mathrm{km}}{20\,\mathrm{min} + 35\,\mathrm{min}} = \frac{20\,\mathrm{km}}{55\,\mathrm{min}} = \frac{20\,\mathrm{km}}{\frac{55}{60}\,\mathrm{h}} \doteq 21{,}8\,\mathrm{km/h} \doteq 6{,}1\,\mathrm{m/s}.$$

**2 body**

f) Lenka se musí dostat do vzdálenosti $24\,\mathrm{km}$ nejpozději v čase $80\,\mathrm{min}$ od vyjetí Martiny. Vyjede-li $7\,\mathrm{min}$ za Martinou, má k dispozici dobu $73\,\mathrm{min} = 73/60\,\mathrm{h}$. Lenčina průměrná rychlost proto musí být

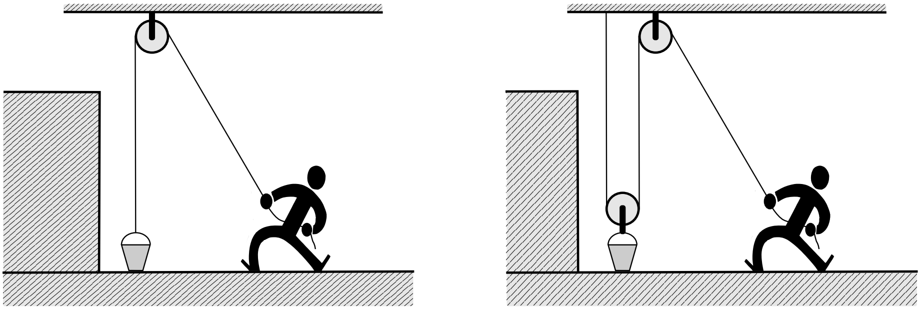
$$v_{\mathrm{L}} = \frac{24\,\mathrm{km}}{\frac{73}{60}\,\mathrm{h}} \doteq 19{,}7\,\mathrm{km/h} \doteq 5{,}5\,\mathrm{m/s}.$$ **2 body**

g) Tatínek s automobilem musí urazit dráhu $33\,\mathrm{km}$ rychlostí $70\,\mathrm{km/h}$. Doba jeho jízdy je

$$t' = \frac{33\,\mathrm{km}}{70\,\mathrm{km/h}} \doteq 0{,}471\,\mathrm{h} \doteq 28\,\mathrm{min}.$$

Automobil může vyjet se zpožděním $t - t' = 105\,\mathrm{min} - 28\,\mathrm{min} = 77\,\mathrm{min}$. **1 bod**

**FO57F2–2: Na stavbě**



(a) (b)

Obr. 1: Pevná a volná kladka v úloze 2

a) Případ s využitím pevné kladky je na obr. 1a, s využitím pevné i volné kladky na obr. 1b. **2 body**

b) V prvním případě působí silou stejně velikou jako je tíha malty a nádoby, tj.

$$F_1 = G_\mathrm{m} + G_\mathrm{n} = 30\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{N/kg} + 4\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{N/kg} = 340\,\mathrm{N},$$

v druhém případě poloviční silou než je tíha malty, nádoby a volné kladky, tj.

$$F_2 = \frac{G_\mathrm{m} + G_\mathrm{n} + G_\mathrm{vk}}{2} = \frac{30\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{N/kg} + 4\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{N/kg} + 3\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{N/kg}}{2} = 185\,\mathrm{N}.$$

**2 body**

c) Práce je určena součinem tíhy z úlohy b) a výšky, do níž Václav nádobu s maltou vytáhne. V prvním případě vychází práce

$$W_1 = (G_\mathrm{m} + G_\mathrm{n})\,h = 340\,\mathrm{N}\cdot 3{,}8\,\mathrm{m} = 1\,292\,\mathrm{J} \doteq 1\,300\,\mathrm{J},$$

v druhém

$$W_2 = (G_\mathrm{m} + G_\mathrm{n} + G_\mathrm{vk})\,h = 370\,\mathrm{N}\cdot 3{,}8\,\mathrm{m} = 1\,406\,\mathrm{J} \doteq 1\,400\,\mathrm{J}.$$ **2 body**

d) V obou případech je práce nutná k vytažení samotné malty nahoru $W_\mathrm{m} = G_\mathrm{m}h = 30\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{N/kg}\cdot 3{,}8\,\mathrm{m} = 1\,140\,\mathrm{J}$. Účinnost je v prvním případě $\eta_1 = W_\mathrm{m}/W_1 = 1\,140\,\mathrm{J}/1\,292\,\mathrm{J} \doteq 0{,}88 = 88\,\%$, v druhém $\eta_2 = W_\mathrm{m}/W_2 = 1\,140\,\mathrm{J}/1\,406\,\mathrm{J} \doteq 81 = 81\,\%$. **2 body**

e) V prvním případě celková hmotnost zátěže musí být menší než hmotnost člověka, tj. na maltu připadá hmotnost menší než 41 kg. V druhém případě hmotnost celkové zátěže musí být menší než dvojnásobek hmotnosti člověka, tj. malta musí mít hmotnost menší než $2\cdot 45\,\mathrm{kg} - 4\,\mathrm{kg} - 3\,\mathrm{kg} = 83\,\mathrm{kg}$. **2 body**

## FO57F2–3: Cesta zasypaná sněhem

a) Na $1\,\mathrm{m}^2$ působí síla $F_1 = pS = 630\,\mathrm{Pa} \cdot 1\,\mathrm{m}^2 = 630\,\mathrm{N}$, která odpovídá tíze sněhu o hmotnosti $m_1 = 63\,\mathrm{kg}$. Objem sněhové vrstvy nad $1\,\mathrm{m}^2$ cesty je $V_1 = 1\,\mathrm{m}^2 \cdot 0{,}7\,\mathrm{m} = 0{,}7\,\mathrm{m}^3$. Hustota sněhu pak vychází $\varrho_\mathrm{s} = m_1/V_1 = 63\,\mathrm{kg}/0{,}7\,\mathrm{m}^3 = 90\,\mathrm{kg/m}^3$. Hmotnost vzduchu ve sněhové vrstvě je velmi malá, pro objem $0{,}7\,\mathrm{m}^3$ vyjde méně než $0{,}7\,\mathrm{m}^3 \cdot 1{,}3\,\mathrm{kg/m}^3 \doteq 0{,}9\,\mathrm{kg}$, není nutné ji proto uvažovat.
**2 body**

b) Pavel vyhrnul plochu o obsahu $S_2 = 15\,\mathrm{m} \cdot 3\,\mathrm{m} = 45\,\mathrm{m}^2$ a objem odpovídající sněhové vrstvy vychází $V_2 = 45\,\mathrm{m}^2 \cdot 0{,}7\,\mathrm{m} = 31{,}5\,\mathrm{m}^3$. Pro hmotnost vyhrnutého sněhu pak dostáváme $m_2 = V_2 \varrho_\mathrm{s} = 31{,}5\,\mathrm{m}^3 \cdot 90\,\mathrm{kg/m}^3 \doteq 2\,800\,\mathrm{kg}$.
*Jiné řešení*: Lze využít i tlakovou sílu sněhu na uvažovanou plochu $S_2 = 45\,\mathrm{m}^2$; vychází $F_2 = pS_2 = 630\,\mathrm{Pa} \cdot 45\,\mathrm{m}^2 = 28\,350\,\mathrm{N}$, což po zaokrouhlení opět odpovídá hmotnosti sněhové vrstvy $2\,800\,\mathrm{kg}$.
**2 body**

c) Označme objemový podíl ledu ve sněhu $k$. Led s hmotností $m = k\varrho_\mathrm{l} Sh$ způsobí tlak $p = mg/S = k\varrho_\mathrm{l} gh$. Odtud

$$k = \frac{p}{\varrho_l gh} = \frac{630\,\mathrm{Pa}}{900\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 10\,\mathrm{N/kg} \cdot 0{,}7\,\mathrm{m}} = 0{,}10 = 10\,\%.$$

Led tedy tvoří 10 % objemu sněhu, vzduch 90 %.
**3 body**

d) Hmotnost vody, která napršela na $1\,\mathrm{m}^2$ je pro $h_1 = 3\,\mathrm{mm}$ dešťových srážek $m_\mathrm{v} = \varrho_\mathrm{v} S h_1 = 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 1\,\mathrm{m}^2 \cdot 0{,}003\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{kg}$, objem vrstvy ležící na $1\,\mathrm{m}^2$ cesty je $V_3 = Sh' = 1\,\mathrm{m}^3 \cdot 0{,}2\,\mathrm{m} = 0{,}2\,\mathrm{m}^3$. Pro hmotnost zmoklého sněhu tak vychází $m_3 = m_1 + m_\mathrm{v} = 63\,\mathrm{kg} + 3\,\mathrm{kg} = 66\,\mathrm{kg}$ a pro jeho hustotu $\varrho_3 = m_3/V_3 = 66\,\mathrm{kg}/0{,}2\,\mathrm{m}^3 = 330\,\mathrm{kg/m}^3$. Tíhová síla sněhu nasáklého dešťovou vodou je $F_3 = m_3 g = 66\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} = 660\,\mathrm{N}$, což odpovídá tlaku $p' = 660\,\mathrm{Pa}$. Poměr přírůstku tlaku a atmosférického tlaku je

$$\frac{p'}{p_\mathrm{a}} = \frac{660\,\mathrm{Pa}}{99\,500\,\mathrm{Pa}} \doteq 0{,}007.$$

Tlak pod zmoklou sněhovou vrstvou je o 0,7 % větší než atmosférický.
**3 body**

## FO57F2–4: Vytápění v panelovém domě

a) Tepelný výkon radiátorů s patnácti žebry lze odhadnout na $P_{15} = 1\,500\,\mathrm{W} \cdot 15/10 = 2\,250\,\mathrm{W}$, se třinácti žebry na $P_{13} = 1\,500\,\mathrm{W} \cdot 13/10 = 1\,950\,\mathrm{W}$.
**2 body**

b) Objem obývacího pokoje vychází $V = 5\,\mathrm{m} \times 4\,\mathrm{m} \times 2{,}6\,\mathrm{m} = 52\,\mathrm{m}^3$. Výkon radiátoru by se měl pohybovat v rozmezí $P_1 = 40\,\mathrm{W/m}^3 \cdot V = 40\,\mathrm{W/m}^3 \cdot 52\,\mathrm{m}^3 = 2\,080\,\mathrm{W}$ až $P_2 = 50\,\mathrm{W/m}^3 \cdot V = 50\,\mathrm{W/m}^3 \cdot 52\,\mathrm{m}^3 = 2\,600\,\mathrm{W}$. Zřejmě hodnota $P_{15}$ leží v intervalu mezi $P_1$ a $P_2$.
**2 body**

c) Postačující tepelný výkon radiátoru by měl být $P_3 = 25\,\mathrm{W/m}^3 \cdot V = 25\,\mathrm{W/m}^3 \cdot 52\,\mathrm{m}^3 = 1\,300\,\mathrm{W}$. Stačilo by tedy $n = 10 \cdot 1\,300\,\mathrm{W}/1\,500\,\mathrm{W} \doteq 8{,}67 \doteq 9$ žeber namísto 15.
**1 bod**

d) Celková hmotnost litinového radiátoru je $m = 15 \cdot 4{,}5\,\mathrm{kg} = 67{,}5\,\mathrm{kg}$. Na jeho zahřátí je potřeba teplo

$$Q = mc_{\mathrm{L}}\,(t_{40} - t_{20}) = 67{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)} \cdot (40\,{}^\circ\mathrm{C} - 20\,{}^\circ\mathrm{C}) = 621\,\mathrm{kJ}.$$

**2 body**

e) Označme $V_1$ objem vody, která přiteče do radiátoru za jednu sekundu. Tepelný výkon je roven teplu odevzdanému radiátorem za sekundu, platí proto

$$P_{15} = \varrho V_1 c\,(t_{60} - t_{40})\,.$$

Odtud vychází

$$V_1 = \frac{P_{15}}{\varrho c\,(t_{60} - t_{40})} = \frac{2\,250\,\mathrm{W}}{980\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)} \cdot (60\,{}^\circ\mathrm{C} - 40\,{}^\circ\mathrm{C})} \doteq$$
$$\doteq 0{,}000\,027\,\mathrm{m^3/s} = 27\,\mathrm{ml/s}.$$

Za ustáleného provozu, kdy můžeme zanedbat teplo na zahřívání radiátoru, za minutu přiteče objem $60V_1 \doteq 1\,600\,\mathrm{ml} = 1{,}6\,\mathrm{l}$. **3 body**

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení P. Kabrhel, M. Křížová, M. Maňásková, R. Polma, J. Pulíček a L. Richterek ve spolupráci s J. Thomasem a autorem úloh J. Jírů.