

Seminární práce z fyziky

školní rok 2005/2006

Jakub Dundálek

3.A

Jiráskovo gymnázium v Náchodě

Přeměny mechanické energie

Přeměna mechanické energie na rovnoramenné houpačce

Název:

Přeměna mechanické energie na rovnoramenné houpačce

zpracoval:

Jakub Dundálek, 3.A

v Náchodě

prosinec 2005

rozsah práce:

10 stran

26 obrázků

2 grafy

© 2005 Jakub Dundálek

Nekomerční využití je pro studijní účely povoleno v plném rozsahu.

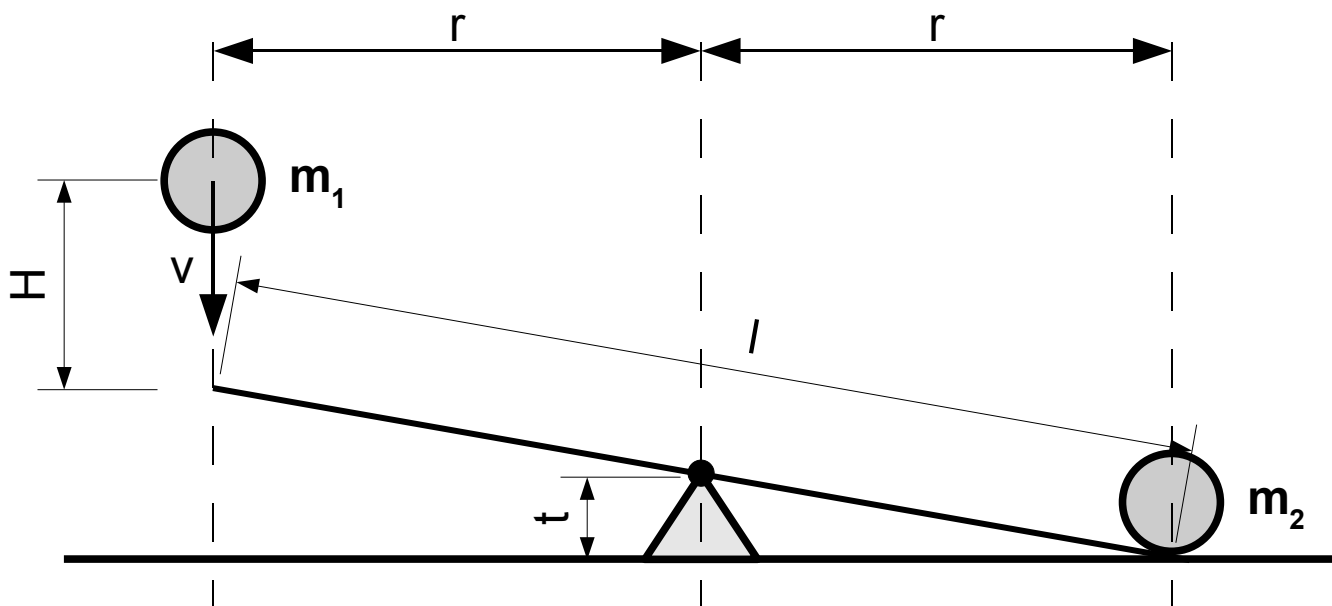
Obsah

Seminární práce z fyziky.....	1
Přeměny mechanické energie.....	1
Obsah.....	2
Úvod do problému.....	2
Zadání.....	2
Teorie.....	3
Praktické ověření.....	4
Houpačka.....	4
Zjištění momentu setrvačnosti houpačky.....	5
Postup při měření.....	5
Postup.....	5
Pomůcky.....	5
Softwarová výbava.....	5
Ukázka měření výšky.....	6
Měření.....	7
Použitá tělesa.....	7
Moment setrvačnosti houpačky.....	7
Tabulka hodnot.....	7
Zjištěné poznatky.....	8
Závěr.....	8
Dodatek.....	9
Malý vtípek na závěr.....	10

Úvod do problému

Zadání

Nechť je dána houpačka o délce l v polovině své délky volně otáčivě uchycena ve výšce t nad okolní rovinou. Houpačka má moment setrvačnosti J . Na konci jednoho ramene je těleso o hmotnosti m_2 , těleso o hmotnosti m_1 je nad koncem druhého ramene ve výšce H . Do jaké výšky h nad vrchol houpačky vyletí těleso m_1 , dopadne-li těleso m_2 ze zadané výšky na houpačku?



Teorie

Těleso m_2 má tíhovou potenciální energii $E_p = m \cdot g \cdot H$. Ta se při pádu přemění na kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Těleso bude mít rychlost $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$ a hybnost $p = m \cdot v$. Určitá část kinetické energie se přemění v důsledku deformačních sil při nárazu a proto nemůžeme úlohu řešit pomocí ZZE (zákon zachování energie). Budeme předpokládat nepružný ráz, kdy se po nárazu padající těleso spojí s houpačkou. Uvažujme, že takto vzniklé těleso bude vyvážené a proto nemusíme počítat s momenty sil. Vzniklé těleso ($m_1 + m_2$ + houpačka) se tedy bude pohybovat úhlovou rychlostí ω . Budeme tedy vycházet ze zákona zachování momentu hybnosti a sestavíme rovnici:

$$m_1 \cdot r \cdot v = m_1 \cdot r \cdot u + m_2 \cdot r \cdot u + J \cdot \omega$$

Kde v je rychlost padajícího tělesa, u výsledná rychlost těles, ω je výsledná úhlová rychlost. Dosadíme za u podle obecného vzorce $v = \omega \cdot r$ a získáme:

$$m_1 \cdot r \cdot v = m_1 \cdot r^2 \cdot \omega + m_2 \cdot r^2 \cdot \omega + J \cdot \omega$$

Vyjádříme výslednou úhlovou rychlost ω :

$$\omega = \frac{m_1 \cdot r \cdot v}{m_1 \cdot r^2 + m_2 \cdot r^2 + J}$$

Za úhlovou rychlost dosadíme, abychom získali výslednou rychlost tělesa, a také vytkneme člen r^2 ze jmenovatele zlomku a dostaneme:

$$\frac{u}{r} = \frac{m_1 \cdot r \cdot v}{r^2 \cdot (m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2})}$$

Zkrátíme r a za v dosadíme:

$$u = \frac{m_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}}$$

Těleso tedy bude mít kinetickou energii, která se přemění na potenciální a těleso vyletí do výšky

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{m_1^2 \cdot 2 \cdot g \cdot H}{2 \cdot g \cdot (m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2})} = \frac{m_1^2}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}} \cdot H$$

Výška, do které těleso vyletí, je přímo úměrná výšce, ze které druhé těleso padá.

Praktické ověření

Houpačka

Houpačka byla sestavena ze stavebnice Merkur. Protože teoretická úvaha nepočítá s momentem sil, musel jsem houpačku s položenými tělesy vyvážit.

Houpačka byla sestavena z těchto dílů:

2 × Pásek 25 dírek (25)



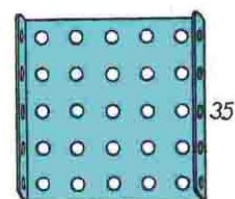
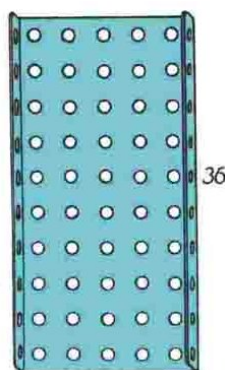
4 × Tvarovaný pásek 25 dírek (29)



„Vaničky“ na koncích (seznam dílů pro 1 vaničku):

1 × Deska 50×50mm (35)

2 × Pásek tvarovaný 7 dírek (31)



Stojan:

2 × Pásek tvarovaný 7 dírek (31)

2 × Deska 100×50mm (36)



a šrouby s maticí (53)

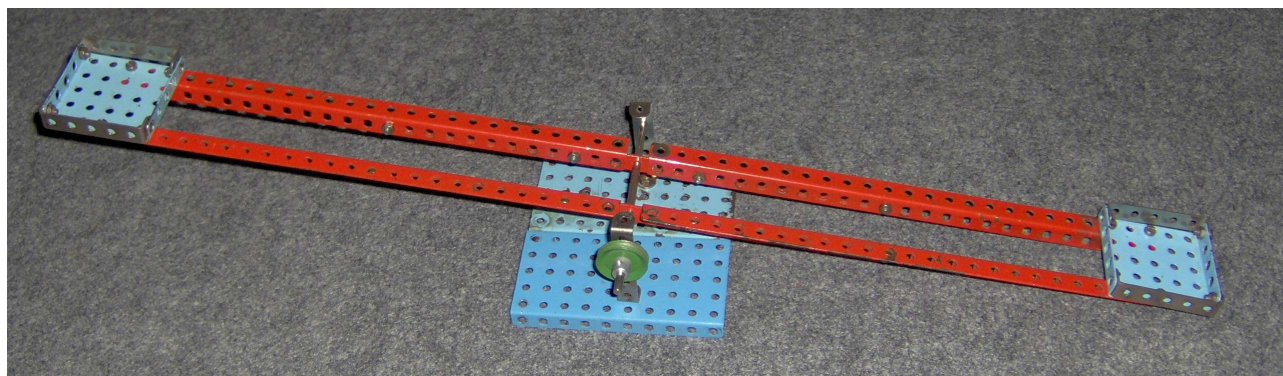
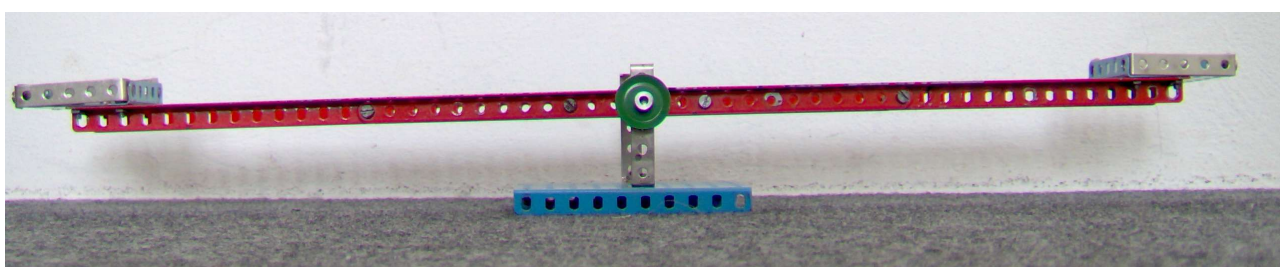


Přívazky složeny z dílů:

Pásek 5 dírek (5)



+ šrouby a matky



Zjištění momentu setrvačnosti houpačky

Součásti	Uvažujeme jako	Výpočet	Hmotnost (kg)	Délka / vzdálenost (m)	Moment setrvačnosti
2 × č. 25	tyč s osou otáčení ve středu	$J = \frac{1}{6} \cdot m \cdot r^2$	0,047	0,125	0,000122
2 × č. 29 (dvakrát)	tyč s osou otáčení na kraji	$J = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$	0,070	0,25	0,00292
vanička (dvakrát)	hmotný bod	$J = m \cdot r^2$	0,035	0,255	0,00455
přívazek 8 × č. 5	hmotný bod	$J = m \cdot r^2$	0,031	0,285	0,00252
přívazek 7 × č. 5	hmotný bod	$J = m \cdot r^2$	0,024	0,285	0,00195

Celkový moment setrvačnosti viz měření.

Postup při měření

Postup

Houpačka byla umístěna ke stěně a zajištěna. Za ní byly o stěnu opřeny čtverečkové desky (velikost čtverečků 1cm), které sloužily jako stupnice. Nad houpačkou u stěny bylo závěsné zařízení a na něm svinovací metr na měření výšky pádu a padající těleso zavěšené na niti. Bylo potřeba maximální přesnosti a uklidnění zavěšeného tělesa, aby dopadlo na určené místo na houpačce a ne vedle. Pád byl nahrávám digitálním „foťáčkem“ GSm@rt mini 2 od firmy Mustek (šířka 69 mm, výška 47 mm, hloubka 11 mm), který zvládá nahrávat video jako PC kamera přes USB. Nahrávání bylo prováděno ve velikosti 640×480 pixelů při počtu 25 snímků za sekundu, což poskytuje dostatečnou přesnost. Pak následovalo procházení nahraného videa na počítači snímek po snímku a určení výšky letu.

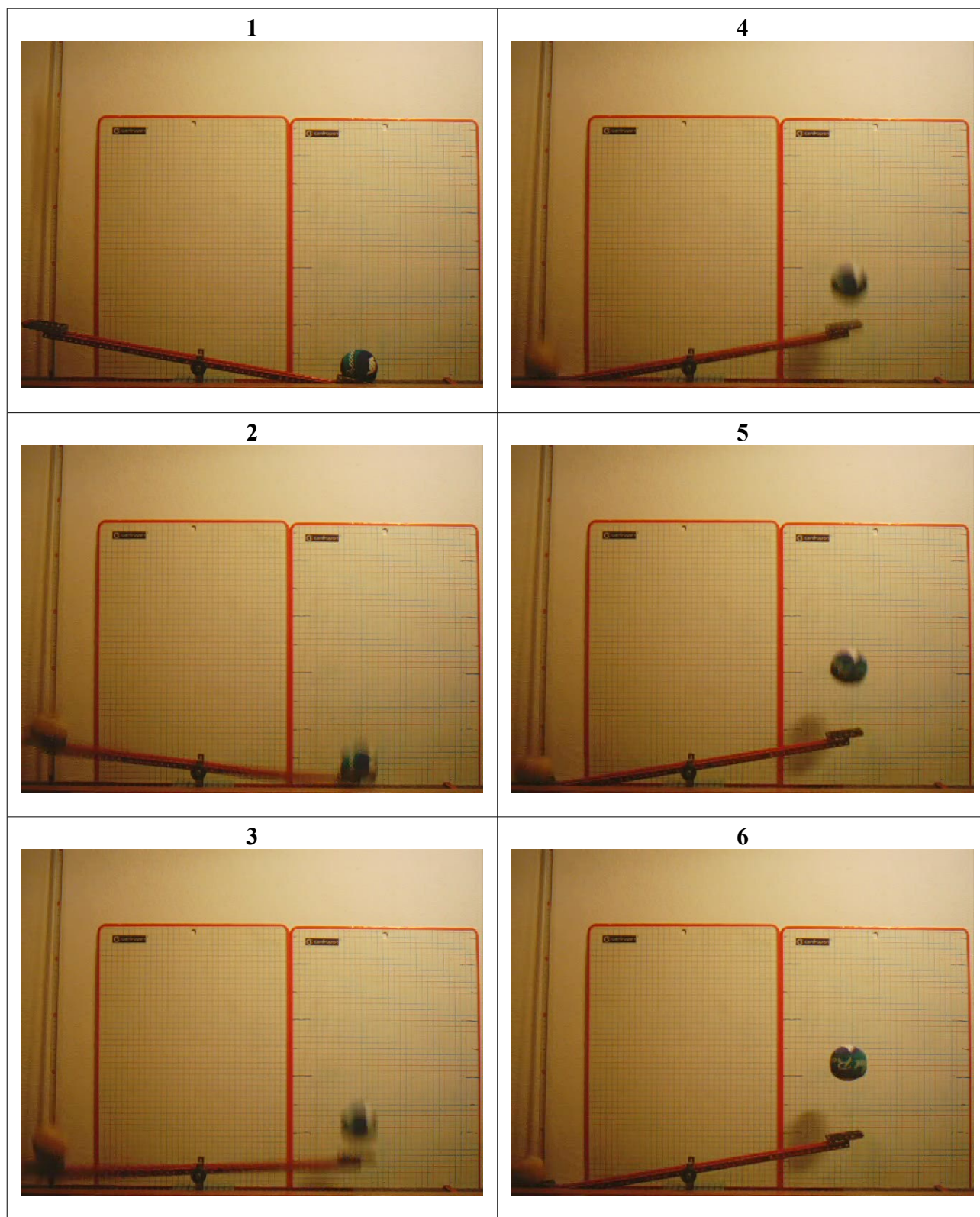
Pomůcky

houpačka složená ze stavebnice Merkur (popis viz výše), měřidla, míčky na provádění pokusů, nit na zavěšení tělesa, digitální „foťáček“ GSm@rt mini 2 a další pomůcky domácího kutila.

Softwarová výbava

- Linux (Gentoo) – operační systém
- QuickCam, Spca5xx – ovladače na kamerku
- Mencoder – program pro nahrávání videa (součást přehrávače Mplayer)
- Avidemux2 – program pro editaci a střih videa, sloužil pro prohlížení videa
- OpenOffice.org – kancelářský balík



Ukázka měření výšky

Z obrázku č. 6 určujeme výšku tělesa. Měříme výšku spodní části, v tomto případě to je 19 cm.

Měření

Použitá tělesa

- hakysák – hadrový míček, má sypkou náplň – rýži. Sloužil jako padající míček a zvolen byl, protože se málo odráží díky vnitřní nesoudržnosti.

$$m = 65 \text{ g}$$

- míček č. 1 – dutý gumový míček

$$m = 27 \text{ g}$$

- míček č. 2 – plný pěnovo-gumový míček

$$m = 95 \text{ g}$$

Moment setrvačnosti houpačky

U míčku č. 1 byl použit přívazek $8 \times \text{č. 5}$

$$J = 0,0101 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

U míčku č. 2 byl použit přívazek $7 \times \text{č. 5}$ (na stranu padajícího míčku)

$$J = 0,00954 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

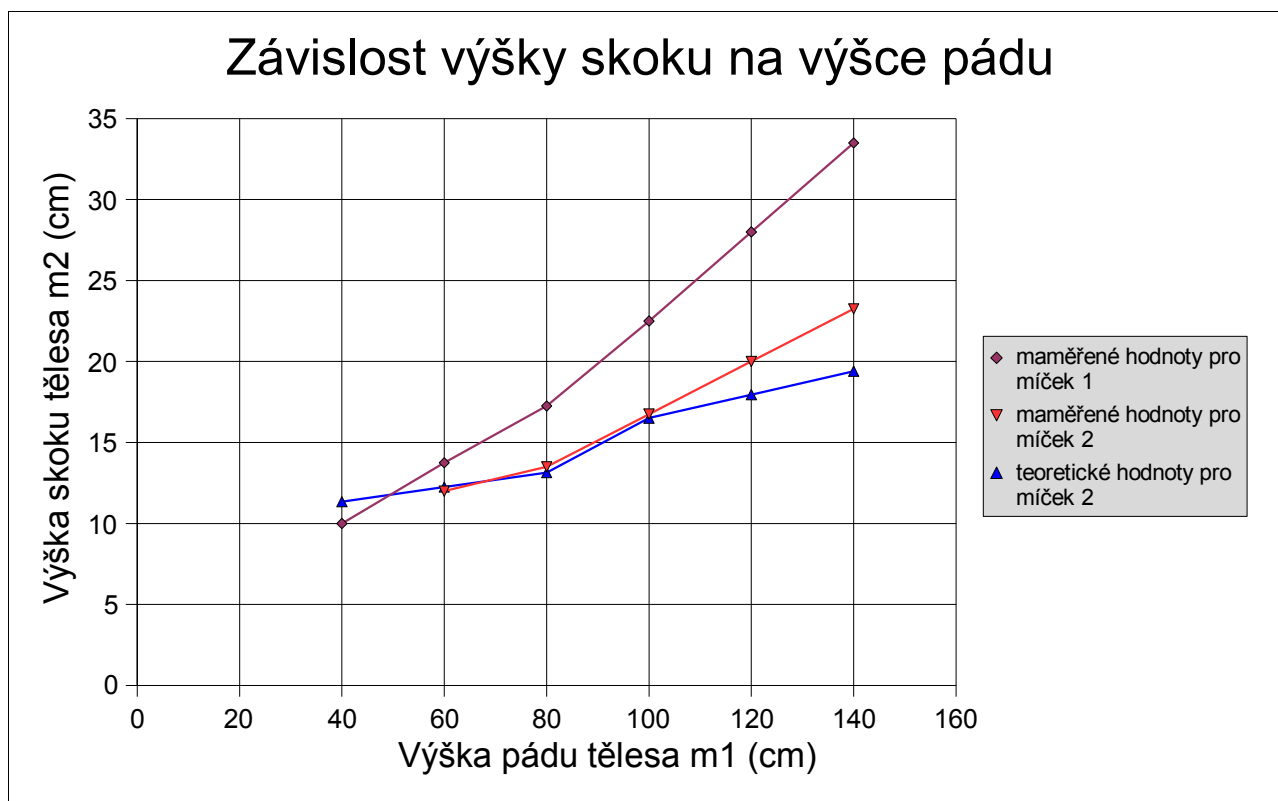
Tabulka hodnot

Hodnoty jsou uvedeny v centimetrech vzhledem k podložce. Celkem bylo provedeno 40 měření (některé hodnoty však byly vyřazeny).

výška pádu	40	60	80	100	120	140
míček 1	10	15	18,5	22	27	30,5
		13	18	24	27	33
		14	16	22	29	37
		13	16,5	22	29	
průměr	10	13,75	17,25	22,5	28	33,5
míček 2		12	14	17	20	24
		13	14	16	19	23
		11	13	17	20	23
			13	17	21	23
průměr		12	13,5	16,75	20	23,25

Zjištěné poznatky

Zakreslená výška je vyjádřena vzhledem k podložce.



Z grafu je patrná přibližná lineární závislost. U míčku č. 1 se teoretické hodnoty velmi minuly s naměřenými a proto je ani neuvádím.

Je zajímavé, že u obou míčků je zlom přímky naměřených hodnot u výšky pádu 80 cm a funkce potom stoupá strměji. Je to pravděpodobně způsobeno tím, že při výšce větší než 80 cm (proč je to právě tato hodnota netuším) padající těleso nepokračuje v pohybu společně s houpačkou, ale předá veškerou svoji hybnost a zastaví se. Tento předpoklad jsem se snažil uplatnit při výpočtu teoretických hodnot. Takto upravená funkce (znázorněna v grafu) se přibližuje pouze v hodnotě 100 cm a dále už „nestačí“ narůstat.

Závislost proto není lineární v celém rozsahu a se vzrůstající výškou se zvětšuje strmost nárůstu. Dá se očekávat, že při dalších hodnotách by se objevil stejný zlom jako v hodnotě 80 cm.

Závěr

Tento fyzikální problém se zdaleka nedá dostatečně přesně popsat uvedeným jednoduchým vztahem.

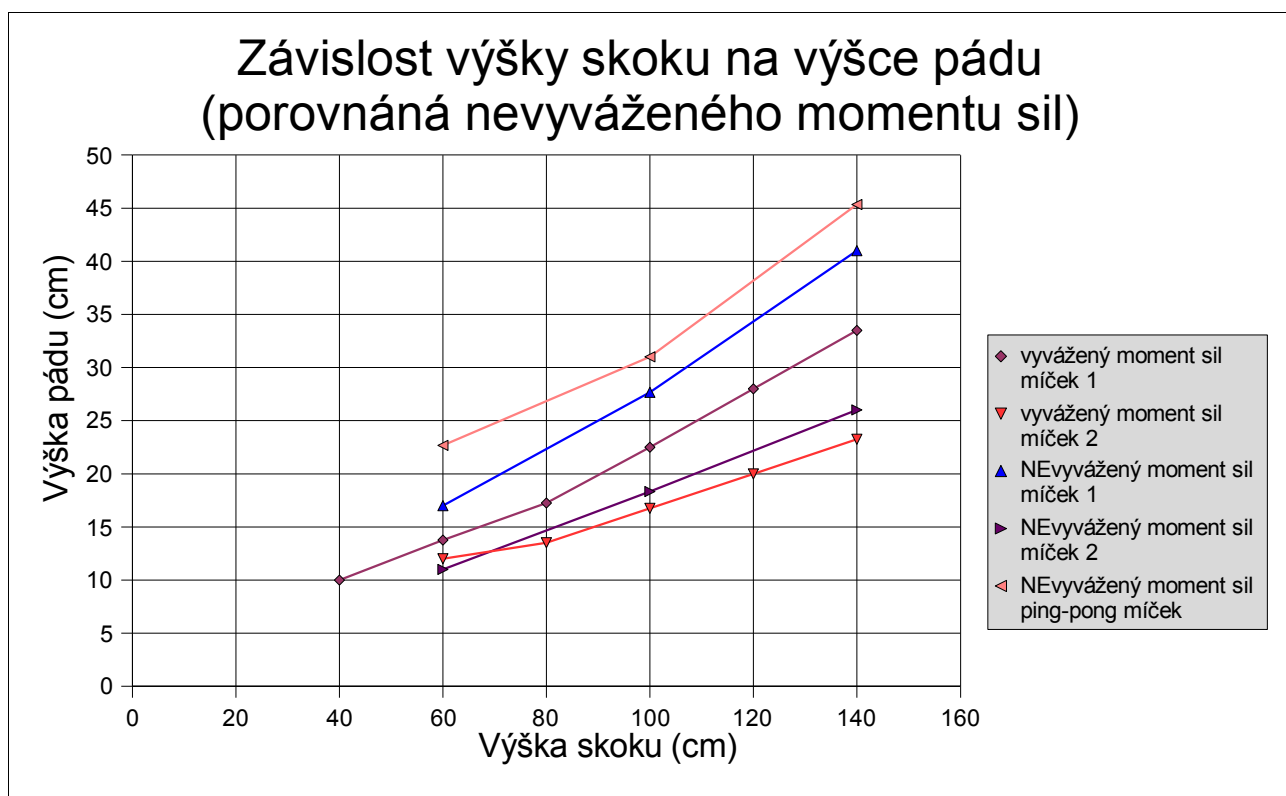
Závisí to mnoha dalších faktorech, například na předávání energie pružnosti. Myslím tím to, že při větších výškách o trochu nadskočila celá houpačka v uchycení, přestože jsem se ho snažil co nejlépe zajistit. Vliv může mít i pružení ramen houpačky, deformování míčků, rotace míčků a další komplikované fyzikální jevy.

Tento problém je na úrovni středoškolské fyziky neřešitelný.

Dodatek

Předtím než jsem si uvědomil, že musím uvažovat moment sil, jsem provedl 46 dalších měření. Uvádím zde některé proto jen informativně, protože když už byly jednou naměřeny, je škoda je nezahrnout do této práce.

Je zajímavé, že při nevyvážených momentech sil je výška skoku větší. Původně jsem předpokládal, že to bude právě naopak.



Malý vtípek na závěr

Když jsem poprvé zkoušel, jestli houpačka funguje, vzal jsem nejbližší gumové těleso, co bylo po ruce – gumovou kachničku. Viděl mě můj mladší bratr a nazval moji seriózní seminární práci: „*Skok kachničky na špek*“. Nakonec jsem to na jeho naléhání natočil. Díky tomu, že kachnička spadla na hlavu jsem si uvědomil, že dalším faktorem ovlivňujícím výsledek je rotace.(pořadí snímků je obdobné jako u ukázky uvedené výše)

